第五次作业参考答案

14.**解**：设$A=$一个错字在指定的一页，则$P(A)=\frac{1}{500}$,设X为指定的一页上错字的个数，则$X\sim B(200,\frac{1}{500}),np=0.4$.

(1)设$A_1=$指定的一页上至少有一个错字，则
$P(A_1)=P\{X\geq 1\}=1-P\{X<1\}$=1-P{ X = 0}
$=1-C_{200}^0(\frac{1}{500})^0(\frac{499}{500})^{200}\approx 1-\frac{e^{-0.4}0.4^0}{0!}$
$=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e^{-0.4}0.4^k}{k!}=0.32968;$
或$P(A_1)=P\{X\geq 1\}=\sum_{k=1}^{200}P\{X=k\}$
$\approx\sum_{k=1}^{200}\frac{e^{-0.4}0.4^k}{k!}\approx\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e^{-0.4}0.4^k}{k!}=0.3297$
(2)设$A_2=$指定的一页上不超过两个错字，则
$P(A_2)=P\{X\leq 2\}=1-P\{X\geq 3\}$
$\approx\sum_{k=3}^{200}\frac{e^{-0.4}0.4^k}{k!}\approx\sum_{k=3}^{+\infty}\frac{e^{-0.4}0.4^k}{k!}=0.9921$
(3)设$A_3=$指定的一页上恰有一个错字，则
$P(A_3)=P\{X=1\}=P\{X\geq 1\}-P\{X\geq 2\}$
$\approx\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{e^{-0.4}0.4^k}{k!}-\sum_{k=2}^{+\infty}\frac{e^{-0.4}0.4^k}{k!}$
$=0.3297-0.0616=0.2681$

18.**解**：(1)$P\{X=k\}=\frac{e^{-5}5^k}{k!}$
$P\{X=6\}=\frac{e^{-5}5^6}{6!}\approx 0.1642$
(2)$P\{X\geq 10\}=1-P\{X=1\}-P\{X=2\}-\cdots-P\{X=9\}=0.0318$

20.**解**：(1)由$1=\lim_{x\to+\infty}F(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{1+3x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{a}{\frac{1}{x}+3}=\frac{a}{3}$,得$a=3$.
由$F(x)$在$x=0$处右连续，得$b=F(0)=\lim_{x\to 0^+}F(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{ax}{1+3x}=0$.
于是　$F(x)=\{^{\frac{3x}{1+3x},x>0}_{0,\quad x\leq 0}$
(2)由$f(x)=F'(x)$,得$f(x)=\{^{\frac{3}{(1+3x)^2},x>0}_{0,\quad x\leq 0}$

23.**解**：(1)由
$1=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{a}{e^x+e^{-x}}dx=a\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^x}{e^{2x}+1}dx$
$=aarctane^x|_{-\infty}^{+\infty}=a\cdot\frac{\pi}{2}$,得$a=\frac{2}{\pi}$
(2)X的分布函数为
$1=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_{-\infty}^{x}\frac{a}{e^t+e^{-t}}dx=\frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{x}\frac{e^t}{e^{2t}+1}dt$
$=\frac{2}{\pi}arctane^t|_{-\infty}^{x}=\frac{2}{\pi}arctane^x\quad(-\infty<\ x\ <+\infty)$.
(3)$P\{0<X<ln\sqrt{3}\}=F(ln\sqrt{3})-F(0)=\frac{2}{\pi}(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{6}$

27.**解**：根据题意，X的概率密度为
$f(x)=\{^{e^{-x},x>0}_{0,\quad x\leq 0}$
设　$A=$方程无实根$=\{(2X)^2-4\times 1\times(-X+2)<0\}=\{(X+2)(X-1)<0\}=\{-2<X<1\}$,
则　$P(A)=P\{-2<X<1\}=\int_{-2}^{1}f(x)dx=\int_0^1 e^{-x}dx=(-e^{-x})|_0^1=1-e^{-1}=0.6321$

33.**解**：螺栓的长度$X\sim N(20,0.1^2)$，设$A=$一螺栓为合格品，则
$P(A)=P\{|X-20|\le 0.3\}=P\{|\frac{X-20}{0.1}|\le 3\}$
$=\Phi(3)-\Phi(-3)=2\Phi(3)-1=2\times 0.9987-1=0.9974$

35.**解**：由$P\{X<-1\}=F(-1)=\Phi(\frac{-1-\mu}{\sigma})=\Phi(-1)$
$P\{X\ge 3\}=1-P\{X<3\}=1-F(3)=1-\Phi(\frac{3-\mu}{\sigma})=\Phi(-\frac{3-\mu}{\sigma})=\Phi(-1),$
得$\frac{-1-\mu}{\sigma}=-1,-\frac{3-\mu}{\sigma}=-1$，故$\mu=1,\sigma=2.$

37.**解**：$(1)P\{X\le\sigma\}=\int_{-\infty}^{\sigma}f(x)dx=\int_0^{\sigma}\frac{x}{\sigma^2}exp\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}dx\}$
$=\int_0^{\sigma}[-exp\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\}]'dx=[-exp\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\}]|_0^{\sigma}$
$=1-exp\{-\frac{1}{2}\}=0.3935.$
$(2)P\{X>2\sigma\}=\int_{2\sigma}^{+\infty}f(x)dx=\int_{2\sigma}^{+\infty}\frac{x}{\sigma^2}exp\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}dx\}$
$=\int_{2\sigma}^{+\infty}[-exp\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\}]'dx=[-exp\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\}]|_{2\sigma}^{+\infty}$
$=exp\{-2\}=\frac{1}{e^2}=0.1353.$